

わり算の式の意味理解を促す図示の試み

—— 学習支援教室に参加する小学生への教授活動を事例として ——

宮田 佳緒里・蛭名 正司

東北大学大学院教育学研究科

要約

本稿では、小学生が抱える学習上の課題を解決するための支援活動の様子を報告する。対象は、仙台市内の大学の学習支援教室に通う小学3年生のYであった。Yは、わり算文章題の解決場面において、問題文の通りに立式できるものの、問題文の内容を表象する点に不十分さが見られた。そこで、適切な表象構築を促すために、Yの立てた式を手がかりにしてその意味を考えさせる教授活動を実施した。具体的には、式の意味を具体物や図で表す課題を用いて、式の意味と物の分け方を対応づけるための教示を行った。その結果、Yは式の意味を正しく図示できるようになった。この知見を踏まえ、式と図とを対応づけるための教授活動の心理学的意義と課題について考察した。

キーワード：学習支援 わり算 図示 小学3年生 木曜会

1. はじめに

近年、子どもの学習を支援する環境は多様化し、学校の中だけに止まらず、地域社会においても様々な学習支援の場が提供されている。コンサルティング事業「木曜会」では、学校の内外で学習支援活動に従事する教員やスタッフから、支援活動の様子や支援上の課題について報告を受け、効果的な支援プランや教材を開発して、実施成果の検討を行っている。本稿では、「木曜会」で検討された学習支援活動について報告する。

本稿で取り上げる事例は、筆者らが学習支援教室で昨年度から継続的に担当している児童を対象に行った教授活動である。昨年度は活動の一環として、かけ算の意味理解を促す指導を行った（宮田・蛭名・工藤，2011）。今年度は、宮田他（2011）に引き続き、具体物や図のような外的表象の使用を取り入れたわり算の指導について報告する。

2. 事例の概要

対象児の概要 仙台市内の公立小学校に通う3年生の男児Yであった。Yは、算数の計算問題は得意だが、文章題はあまり得意でない。わり算については、余りのないわり算の演算は容易にこなしたが、余りのあるわり算に対しては苦手意識があり、取り組むのを嫌がる傾向があった。

支援活動の実施時期 2011年8月～2012年1月にかけて、月に1、2回の頻度で実施

した。

学習支援教室の概要 筆者らがスタッフとして参加する学習支援教室は、仙台市内の私立大学で、小中学生を対象に、月に数回実施された。学習支援スタッフは学部生及び大学院生で構成され、児童生徒 1 名に対し、担当のスタッフが 2 名程度割り当てられた。Y は、筆者らと学部生 1 名が担当した。学習活動の様子は、保護者の許可を得たうえで全てビデオ撮影し、後日スタッフが実践について検討するために用いた。

3. Y のわり算文章題の解決における不十分さ

(1) Y のわり算文章題の解決過程

8 月下旬の支援教室で、保護者から、Y が夏休み中に自宅で行った問題集を提示された。そこでは、余りのあるわり算の文章題ができていなかった。自宅では保護者も一緒に取り組み、考え方を教えたりもしたが、Y はよくわからない様子であったという。

そこで、余りのないわり算と余りのあるわり算の文章題を作成し、Y のわり算文章題の解決過程を検討することにした。余りのないわり算の文章題は『48cm の紙テープがあります。お楽しみ会のかざりを作るのに、1 本 6cm ずつ切っていくことにしました。かざり用の紙テープは、何本できるでしょう』であった。余りのある文章題は『クッキーが 14 まいあります。4 人の子どもで同じ数だけ分けるには、一人なんまいまで分けられるでしょう。また、あまりはなんまいになるでしょう』であった。9 月下旬の支援教室においてこれら 2 問に取り組ませた。

その結果、Y は余りのないわり算の問題は、問題文を読んですぐに正しい式と答えを書いたが、余りのあるわり算の方は立式に時間がかかった。まず、「 $14 \div 4 =$ 」まで立式して手が止まり、商を 1 から順に立て始めた。最終的に Y は「 $14 \div 4 = 3$ あまり 2」と立式し、答えは「1 人 4 こ、あまり 2 こ」と書いた。ここでスタッフが、商が 3 であるにも拘らず Y が「1 人 4 こ」と書いたことに気づき、「これさ（商が）3 だけどさ、一人 4 つなの？」と尋ねたところ、Y は「一人 3 つ」と言って答えを書き直した。

以上より、Y は余りのあるわり算では商の見積もりがうまくできず、さらに、「商に 1 を加えて答えとする」との方略を使用していることが明らかになった。この「商に 1 を加えて答えとする」方略を Y が構築するに至った直接的な要因は教科書の発展問題¹にあると思われるが、少なくとも Y は、商に 1 を加えることの意味を考えずに、とにかく「余りのあるわり算では商に 1 を加えて答えればよい」と手続き的に捉えていることが伺われる。このように Y が、余りのあるわり算文章題を専ら手続き的に捉えているとすれば、余りのないわり算文章題の方も、意味を考えずに解決している可能性が疑われる。そこで、この可能性についてさらに検討するために、Y がわり算文章題の表す意味を具体物で示すことができるかを診断した。

(2) Y のわり算文章題の意味理解について

わり算は、「○人に同じ数ずつ分けると 1 人分はいくつになるか」を求める「等分除」

と、「一人に○個ずつ分けると、何人に分けられるか」を求める「包含除」に分けられる。診断課題の材料として、包含除の文章題 1 問、等分除の文章題 2 問を印刷したプリントと、文章題で出てくる物（クッキーや船など）のイラストを厚紙に印刷したものを準備した。課題は、文章題の内容と同じように物を分け、その後に立式することであった。この課題を 11 月中旬の支援教室で実施した。

初めに、包含除の問題『クッキーがぜんぶで 12 まいあります。1 人に 3 まいずつくばると、何人分くばれますか』を提示した。Y は一皿に 3 枚ずつ分け、「式 $12 \div 3 = 4$ 答え 4 こ」と書いた。「4 人」が正答だが Y が「4 こ」と書いたため、スタッフが商の「4」が何を表す数か聞いた。しかし Y は答えられず、スタッフに「何人に…」と言われてはじめて「4 人」と答え、単位を修正した。

続いて、等分除の問題『クッキーがぜんぶで 12 まいあります。3 人で同じ数ずつ分けると、1 人分は何まいになりますか』を提示したところ、Y はまた一人に 3 枚ずつ分けた (Figure1)。「3 人で分ける」と「一人に 3 枚ずつ分ける」を混同している様子であった。一人に 3 枚ずつ分けたためクッキーが余ったが、Y は「もう配れない」と言ってそれ以上分けようとしなかった。そこで、スタッフが分ける手本を見せてそれを式で表すよう求めると「式 $12 \div 4 = 3$ 答え 3 まい」のように、除数と商を逆にして立式した。

2 問目の等分除の問題『12 人の海ぞくが 4 そうの船で旅をしています。1 そうの船には何人のっていますか』では、Y は問題文を読んですぐに「 $12 \div 4$ 」と言った。この式は正しかったが、その通りに物を分けるよう求められると、1 艘に 4 人ずつ乗せ (Figure2)、海賊が足りなくなっても分け直すことができなかった。

以上の課題の遂行から、Y は「○人で分ける」と「一人に○個ずつ分ける」を混同し、わり算を全て「一人に○個ずつ分ける」という包含除の意味で捉えていることが明らかになった。しかも Y は、具体物を分けた結果過不足が生じて分けて直しができず、スタッフが Y の考えと異なる分け方をすると、それに引きずられて誤って立式したことから、この包含除的な考え方が一貫して使用されていることがわかる。その一方で、海賊船問題では具体物操作をせずに問題文を読んですぐに立式したが、この場合は問題文に合う式を立てることができた。したがって、Y は、問題文を読んでその通りに立式することは可能であるが、問題文で言及される状況の表象（問題表象）は、等分除と包含除のいずれの文章題に対しても「一人に○個ずつ分ける」という包含除的な表象を構築しており、問題状況に応じて適切に表象を構築することが十分にできないといえる。

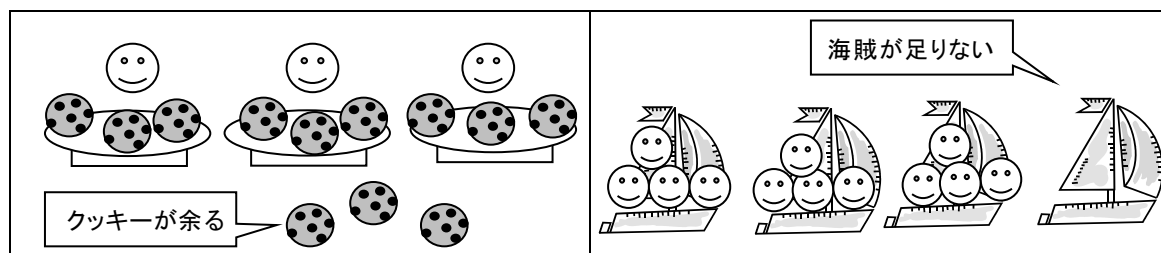


Figure1 Yの分け方（クッキー問題）

Figure2 Yの分け方（海賊船問題）

4. 教示セッション

第1回

目的と方法

Yは、問題文を読んで立式を即座に行うことが可能であり、またその場合、立式の間違いはほとんど見られなかった。さらに、本人もそれを得意げに発言していたことも踏まえ、まずは立式をさせておいて、その式が表す内容を具体物あるいは図で表すという発問順序が有効と考えられる。また本来ならば、等分除に相当する分け方は、1人に1つずつ配っていくように分けるものであるが、診断課題でYは等分除の問題においても包含除的な分け方に固執する傾向が見られたため、ここではまず包含除的な分け方でも可とし、式と一致するような分け方ができるようになることを目標とした。

具体物を操作させる課題では、実際に飴を用意し、さらに問題文にYやスタッフの名前を入れ、現実場面に近づくようにした。また、具体物を操作させるだけでなく、プリントに描かれた○を囲む作業を取り入れ、図と式とを対応づける活動も取り入れた。出題した問題は等分除8問であった。

結果

問題を解決する際のYの様子をTable1に示す。具体物の操作に関する問題①は正しく解決できたが、②及び⑤では式が表す内容と一致した操作を遂行することはできなかった。しかし、スタッフが実際に具体物を分けて見せると、Yはその行為を真似ることが可能であった。

図示の問題（⑦）では、「4人」を「4個」とみなして囲む誤りが見られたが、スタッフの手本を真似る際は、具体物の操作よりも囲むことに対する抵抗感が少ないように見受けられた。後続の問題（⑧）では、自発的にホワイトボードに○を描き、自分で正しく囲んだ。

Table1 第1回目の教示セッションの様子

使用した問題	具体物操作あるいは図示の様子
①あめがぜんぶで6こあります。Y君とS1*とS2の3人であめを同じ数ずつわけました。1人分は何こになりますか。	〈具体物〉Yは「1, 2, 3」と述べながら、2個ずつ配った。

②あめがぜんぶで 12 こあります。4 人であめを同じ数ずつわけました。1 人分は何こになりますか。	〈具体物〉Yは飴を 4 個ずつ 3 つに分けた。スタッフが 4 人に分けることを指摘すると、Yは飴を全部まとめて、再度 4 個ずつ 3 つの塊に分けた。スタッフが Yに 1 人 3 個ずつになることを繰り返し述べても、その指摘を聞き入れず、スタッフ 2 名に 4 個ずつ飴を配った。そこでスタッフが 3 個ずつ飴を配って見せたが、十分に理解している様子ではなかった。
③クッキーがぜんぶで 12 まいあります。3 人で同じ数ずつわけると 1 人分は何まいになりますか。	〈図示〉12 個の○が記入されたプリントを配布して、一人あたり 4 枚になるように○で囲ませた。その結果、4 枚ずつ 3 つに分けることができた。
④クッキーがぜんぶで 15 まいあります。5 人で同じ数ずつわけると 1 人分は何まいになりますか。	〈図示〉Yは 15 個の○を 5 個ずつ囲んだ。スタッフが Yに「5 枚だっけ？」と問いかけるが、Yは無視して 5 個ずつの囲みを 3 つ作った。スタッフが「1 人何枚だっけ？」と問うと、Yは「3 枚」と答えるものの、それ以上問題を解こうとしなかった。
⑤あめ 12 こを S1, S2, S3 *, Y の 4 人で同じ数ずつ分けます。1 人分は何個になりますか。	〈具体物〉問題②の状況をより具体化するために、スタッフ 1 名を追加し、スタッフ 3 名と Yに飴を配るように指示した。その結果、Yは、自分とスタッフ 2 名に 4 個ずつ配った時点で、残りのスタッフの分がないことに気づき、「足りない」と述べた。そこで再度式を見るように指摘したが、Yは「ぼくのいない！」と述べ、残りのスタッフに自分の分の飴を渡そうとした。そこで、スタッフが「4 人で分けると 1 人何個なの？」と聞くと、Yは「3 個」と答え、実際に配った数は「4 個」と答えることができた。しかし、配り直すことができず、足りない分の飴は、袋から取り出そうとした。その後はこの問題に取り組まなかったため、次の問題に移った。
⑥あめがぜんぶで 10 こあります。5 人であめを同じ数ずつわけました。1 人分は何こになりますか。	〈具体物〉飴を 5 人に分けるように指示すると、5 個ずつ、2 つに分けた。そのためスタッフが実際に、1 人に 2 個ずつになるように分けて見せた。すると Yは怒ったように「わかったよ！」と言って、2 個ずつ 5 つに分けた。
⑦クッキーが 8 まいあります。4 人に同じ数ずつわけると、1 人何まいになりますか。	〈図示〉スタッフがホワイトボードに○を 8 個描き、Yに 1 人に 2 枚になるように囲むよう指示したところ、Yは○を 4 こずつ 2 つに分けた。そのため、スタッフが 2 個だけ囲んで見せると、Yは残りを 2 個ずつ囲むことができた。
⑧クッキーが 10 まいあります。5 人に同じ数ずつわけると、1 人何まいになりますか。	〈図示〉Yはホワイトボードに自分で○を 10 個描き、1 人 2 個ずつ囲んだ。

*S1～S3 には、スタッフの実名が入る。

第 2 回

目的と方法

第 1 回では、具体物を使った操作よりもプリントに図示させた方が、Yが意欲的に取り組む様子が伺われた。したがって、具体物よりも抽象度の高い図示の方が Yは式との対応関係を理解しやすい可能性がある。そこで、第 2 回では、プリントに図示させる活動のみ

を扱い、式と図との対応関係を理解させる活動を行った。出題した問題は等分除7問であった。

結果

解決時のYの様子をTable2に示す。最初の問題(①)で、スタッフが囲み方を示した直後は、Yは正しく囲むことができたが、別な問題(②)を一人でやらせたところ、「6人」を「6個」とみなして囲む誤りが見られた。そこで、再度スタッフが囲み方を見せ、次第にフェードアウトしていきながら、最終的に自力で囲ませるようにしたところ、式と図とを対応させることが可能になった。Yは慣れてくると「できるできる!」や「(自分を)あまやかさないで!」と発言するなど、図を描くことにかなり自信を持ってきた様子であった(e.g., Table2の③; この他に4問問題を解いたがいずれも正しく囲むことができた)。

Table2 第2回目の教示セッションの様子

使用した問題の一部	図示の様子
①あめがぜんぶで12こあります。4人で同じ数ずつ分けると、1人分は何こになりますか。	スタッフがホワイトボードに1人に3個ずつ分けて見せた。Yにプリントを渡し、同じように囲むよう指示したところ、3個ずつ4つ囲んだ。
②クッキーがぜんぶで24まいあります。6人で同じ数ずつ分けると、1人分は何まいになりますか。	Yに囲むように指示したところ、6個ずつ囲んだ。スタッフが「1人に何個ずつ配ったの?」と問いかけても、6個ずつ○で囲むことに固執した。Yが次の問題に移りたがったため、次の問題を与えることにした。
③けしゴムがぜんぶで21こあります。7人で同じ数ずつ分けると、1人分は何こになりますか。	スタッフが3個ずつ囲んで見せた。その後、Yに新しいプリントを与え、同じように囲ませたところ、3個ずつ囲むことができた。

第3回

目的と方法

第1回、及び第2回の教示セッションを通じて、Yは、ある程度自分で正しく図を描くことができるようになった。囲む数を間違えた場合でも、スタッフが指摘することで、その誤りを訂正できるようになった。しかし、誤りが完全に見られなくなったわけではなかったため、引き続き式と図とを対応づける活動を行った。また、等分除の他に包含除も扱い、包含除・等分除に関わらず適切に○を囲むことができるようになることを目標とした。出題した問題は等分除2問、包含除3問であった。

結果

解決時のYの様子をTable3に示す。最初の問題(①)では、従来と同様に「3人」を「3個」とみなして囲む誤りを示したが、スタッフが正しい囲み方を手本として示した結果、Yはすぐに自分の囲みを訂正することができた。後続の等分除の問題(②)は

正しく解答することができた。包含除の問題（③）は初めスタッフが手本を見せたこともあり、Yは混乱なく囲むことができたが、⑤では「3人」を「3個」とみなして囲む誤りが見られた。しかし、スタッフの指摘によってすぐに誤りを訂正することが可能であった。

Table3 第3回目の教示セッションの様子

使用した問題	図示の様子
①（等分除）あめがぜんぶで6こあります。3人で同じ数ずつ分けると、1人分は何こになりますか。	Yに1人2個ずつ囲むように指示したところ、Yは「1人2個」と言いながら、1人3個ずつ囲んだ。その様子を見て、スタッフが1人2個ずつになるように、別な紙に囲んでみせた。それを見たYは、最初に自分で囲んだ線を消して、2個ずつになるように囲み直した。
②（等分除）あめがぜんぶで12こあります。4人で同じ数ずつ分けると、1人分は何こになりますか。	Yは「簡単だ」と言いながら、3個ずつ正しく囲むことができた。
③（包含除）あめがぜんぶで12こあります。一人に4こずつわけると、何人に分けられますか。	初めにスタッフが4個ずつ囲んで見せたところで、Yは「自分でやる」と言って、残りを自分で囲んだ。
④（包含除）クッキーがぜんぶで24まいあります。一人に6まいずつ分けると、何人に分けられますか。	初めから自分で6個ずつ囲み、全て正しく囲むことができた。
⑤（包含除）けしごむがぜんぶで21本**あります。一人に7本ずつ分けると、何人に分けられますか。	初めにYは3個ずつ囲んだため、スタッフが3人に分けるはずなのに、7人に分けられていることを指摘し、7個の○を囲むしぐさをしてみせた。すると、Yは自分の囲みが間違いであることに気づき、自分が描いた囲みを消すようにスタッフに依頼した。

** 問題用紙に単位の誤植があったが、Yは特に気にしていない様子であった。

まとめ

第1回～第3回の教示セッションを通じて、式が表している内容を具体物あるいは図で表せるようになることを目標に、指導を行った。3回の指導を通じて、次の点が明らかになった。a. Yは具体物よりもプリントの○を囲む活動の方が容易に行える。b. Yはスタッフが手本を見せた直後は、自分で○を正しく囲むことが可能であったが、一連の問題を解く中で包含除と等分除が切り替わった際には直前までの囲み方に引きずられて誤ることがあり、また指導日と指導日の間隔が開くと正しい囲み方を忘れやすい。しかし、c. 第1回から第3回にかけて、誤りを指摘された後の訂正がより容易に行えるようになった、の3点である。特に、スタッフが実際に囲んで見せることはYの囲み方を改善する上で有効であったと思われる。この点を踏まえれば、第1回の具体物を使った活動においても、式と分け方が一致しないことを指摘するだけでなく、具体的にどのような分け方が適切であるのかをより早い段階で提示することが有効であったかも知れない。

5. 総合考察

診断課題において Y は、等分除と包含除のいずれの文章題に対しても「一人に○個ずつ分ける」という包含除的な表象しか構築できなかった。しかし、式の意味を図で表す活動を通して、Y は、完全ではないにせよ、式と図とを対応づけられるようになった。

算数の文章題を解決する際の心理過程として、Mayer (1992) は、変換過程、統合過程、プラン過程、実行過程という4つのステップを想定した。まず、変換過程で問題を一文ずつ読んでその心的表象を作り、統合過程で個々の問題文の情報を統合して一貫した構造を構築する。続いて、プラン過程で問題を解決するためのプランを立て、実行過程でそのプランを遂行し問題を解決する。

Y は診断課題において、文章題の内容を具体物でうまく示せなかったことから、統合過程で一貫した問題表象を構築する点に不十分さがあったといえる。一方で、問題文を読んだ直後に立式する場合には、問題文に合うように立式し答えを求めることができたことから、Y はプラン過程や実行過程には問題がなかったといえる。したがって、Y のわり算文章題の解決過程は、変換過程で問題文を読んでわり算の問題であることがわかると、統合過程をスキップし、即座にプラン過程と実行過程に移るというものであったと考えられる。

このような Y のわり算文章題解決過程に対する支援活動として、式の意味に合うように○を囲むという作業をさせた。その結果、Y は式と図とを対応づけられるようになった。この作業を文章題解決過程に照らすと、プラン過程で立てた式を手がかりにして問題表象を構築する内容となっており、通常の過程を逆に辿ったかたちになる。それによって、式と問題表象とが結びつけられたと考えられる。ただし、これはあくまで問題表象構築のための第一歩にすぎず、今後は問題文を手がかりにして問題表象を構築できるようにすることが課題である。

ところで、今回、Y が式の表す意味を図示できるようになったことは大きな進歩といえる。図を描くことは、問題文を読んで問題表象を構築するうえで、有用な方略であることが知られている (e.g., Willis & Fuson, 1988)。しかし、昨年度までは、Y は問題文の内容を表す図を選択肢から選ぶことができて、自分で図を描いて考えることは嫌がって取り組まなかった (宮田他, 2011)。一方、今年度は、プリントされた○を囲んだり、自分からホワイトボードに図を描くなど、自力で図を生成できるようになった。このように、図示というツールを獲得することで、今後、一読しただけではプランニングが困難であるような複雑な算数文章題に直面した際に、図が問題解決の可能性を高めてくれることが期待できる。さらに、Y が思考のためのツールを獲得したことは、支援者側にとっても、それを今後の学習支援活動に利用できるという点で有用である。このことから、今回の活動を通して、Y がわり算の式の意味を自力で図示できるようになったことは、Y と支援者の双方にとって、意義あるものであったと考えられる。

本稿では、式の意味を図示する活動が、Y の式と図の対応づけを促進したことが明らか

になった。ただし、問題文を読んでその表象を作るためには、本実践のように演算結果を手がかりにして図や具体物を分割するだけでなく、問題文そのものを手がかりにして分割できるようになることが必要である。したがって、今後は、Yが問題文を読んで適切な問題表象を構築できるようにするための支援を行うことが課題である。

6. 注釈

1. 教科書では、余りのある等分除と包含除を学習後に、「あまりを考える問題」として余りの処理に関する問題が取り上げられる（藤井・飯高他，2011）。例えば、『**子どもが 23 人います。4 人乗りのボートに分かれて乗ります。みんなが乗るには、ボートは何そうあればいいですか**』という問題がある。式は「 $23 \text{ 人} \div 4 \text{ 人} = 5 \text{ 艘} \text{ 余り } 3 \text{ 人}$ 」となるが、「みんなが乗る」には、余っている 3 人もボートに乗せなければならない。そのため、商に 1 を加えて答えを「6 艘」とする。このような余りの処理の問題は、なぜ商に 1 加えるかが重要であるが、Yはこの意味を理解せずに解決手続きだけを覚えた結果「余りのあるわり算では商に 1 を加えて答えればいい」という方略を作り出し、適用したと考えられる。

7. 文献

- 藤井齊亮・飯高茂他（2011）. 新しい算数 3 上 東京書籍.
- Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. 2nd ed. NY: W. H. Freeman and Company.
- 宮田佳緒里・蛭名正司・工藤与志文（2011）. かけ算の意味理解を促すための問題状況の図示の試み—学習支援教室に参加する児童への教授活動を事例として— 東北大学大学院教育学研究科教育ネットワークセンター年報, 11, 53-60.
- Willis, G.B. & Fuson, K.C. (1988). Teaching children to use schematic drawings to solve addition and subtraction word problems. *Journal of Educational Psychology*, 80, 192-201.